

УДК 624.04

СЫЙГАЛАНУУ КУРЧООСУ БАР ИМАРАТТЫН КУРГАК СҮРҮЛҮҮНҮН ТАСИРИН ИЗИЛДӨӨ

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СУХОГО ТРЕНИЯ В ЗДАНИИ СО СКОЛЬЗЯЩИМ ПОЯСОМ

STUDY OF THE INFLUENCE OF DRY FRICTION IN A BUILDING WITH SLIDING BELT

И. Каландарбеков, Д. Н. Низомов, И.И. Каландарбеков, М.Б. Марамов
I. Kalandarbekov, J. N. Nizomov, I. I. Kalandarbekov, M. B. Maramov

Калкты өзгөчө кырдаалдардан коргоо өлкөнүн социалдык-экономикалык өнүгүүсүнүн артыкчылыктуу багыттарынын бири болуп саналат. Курулуштардын сейсмикалык туруктуулугун жана сейсмикалык активдүү аймактарда жашаган адамдардын коопсуздугун камсыз кылуу маселелери актуалдуу. Имараттарды жана курулуштарды сейсмикалык жүктөрдөн коргоо маселеси биринчи даражадагы маанилүү милдет болуп саналат. Сейсмикалык облочолоо имараттардын жана курулуштардын сейсмикалык туруктуулугун камсыз кылуунун негизги жолдорунун бири болуп саналат. Макалада ар кандай тышкы таасирлердин астында эркиндик даражасы бир система үчүн кургак сүрүлүү менен динамикалык маселелерди сандык чечүүнүн алгоритмдери жана программалары берилген. Иштелип чыккан математикалык модель тесттик мисалдар боюнча ишке ашырылат. Кургак сүрүлүү менен динамикалык маселелерди сандык чечүү үчүн керектүү функциянын $w(t)$, ырааттуу жакындоосу колдонулган, анын натыйжасында убакыттын мезгилине туура келген ылдамдыктын жана ылдамдануунун рекурсивдүү туюнтмалары алынган. Эркиндиктин бир даражасы бар системанын эркин термелүүсү, туруктуу сүрүлүүдөгү басаңдатылган термелүүлөр жана титирөө жүктүн таасири астында кургак сүрүлүү изилденет.

Защита населения от чрезвычайных ситуаций является одним из приоритетных направлений социально-экономического развития страны. Вопросы обеспечения сейсмостойкости сооружений и безопасности проживания людей на сейсмически активных территориях очень актуальны. Проблема защиты зданий и сооружений от сейсмических нагрузок – задача первостепенной важности. Сейсмоизоляция служит одним из основных способов обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений. В статье приводятся алгоритмы и программы численного решения динамических задач с сухим трением для системы с одной степенью свободы при различных внешних воздействиях. Разработанная математическая модель реализована на тестовых примерах. Для численного решения динами-

ческих задач с сухим трением использована последовательная аппроксимация искомой функции, $w(t)$, в результате которой получены рекуррентные формулы для скорости и ускорения, соответствующие моменту времени. Исследованы свободные колебания системы с одной степенью свободы, затухающие колебания при постоянном трении и сухого трения при действии вибрационной нагрузки.

Protection of the population from emergency situations is one of the priority areas of the country's socio-economic development. The issues of ensuring the seismic resistance of structures and the safety of people living in seismically active areas is relevant. The problem of protecting buildings and structures from seismic loads is a task of paramount importance. Seismic isolation is one of the main ways to ensure the seismic resistance of buildings and structures. The article presents algorithms and programs for the numerical solution of dynamic problems with dry friction for a system with one degree of freedom under various external influences. The developed mathematical model is implemented on test examples. For the numerical solution of dynamic problems with dry friction, a successive approximation of the desired function $w(t)$, was used, as a result of which recursive formulas for velocity and acceleration corresponding to the moment of time were obtained. The free oscillations of a system with one degree of freedom, damped oscillations under constant friction and dry friction under the action of a vibration load are investigated.

Тўйун сөздөр: сейсмикалык обочолоо, жакындоо, термелүү кыймылы, далдоо чөлкөм, динамикалык коэффициент, басаңдатылган термелүүлөр, ылдамдык, ылдамдоо, сүрүлүү күчтөрү.

Ключевые слова: сейсмоизоляция, аппроксимация, колебательное движение, мёртвая зона, динамический коэффициент, затухающие колебания, скорость, ускорение, силы трения.

Key words: seismic isolation, approximation, oscillatory motion, dead zone, dynamic coefficient, damped oscillations, speed, acceleration, friction forces.

Введение

Сейсмическая изоляция – один из основных способов обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений [1-11]. Сейсмическая безопасность – одна из важнейших задач социально-экономического развития, для решения которой необходимо использовать систему сейсмической защиты. Большая часть территории Республики Таджикистан расположена в сейсмически активных регионах. В последние годы на этих территориях ведётся массовое строительство. В связи с этим возникает проблема обеспечения сейсмостойкости конструкций на этих территориях. Повышение сей-

смической безопасности возможно при ускоренном совершенствовании методов, способов и технических средств защиты зданий и сооружений при сейсмическом воздействии и является основной проблемой, решение которой имеет большое научное и практическое значение.

На основании краткого проведённого анализа можно сделать вывод, что важнейшим направлением современной науки о сейсмостойком строительстве является разработка методов сейсмозащиты и оценка их эффективности на основе различных динамических моделей типа «здание – изоляция – фундамент – основание» с учётом характера сейсмического воздействия.

Установлено, что в Центральноазиатском регионе территория Таджикистана является наиболее сейсмически активным районом. Следует отметить, что само понятие «сейсмическая активность» зародилось при изучении землетрясений в Таджикистане [12]. Здесь на небольшой территории сосредоточены редкие по своей уникальности сейсмические очаги.

Сейсмоизоляция – это самое перспективное направление, которое развивается в последние годы в разных странах мира. В России на 2020 г. построено уже более 300 сейсмоизолированных зданий и свыше 80 сейсмоизолированных мостов. Большой интерес применение сейсмоизоляции получило в Японии, США, России, Китае, Канаде, Армении, Новой Зеландии, Италии и др.

Сейсмоизолирующие опорные конструкции скользящего типа за счёт сил сухого трения обеспечивают жёсткую кинематическую связь конструкции с колеблющимся основанием до тех пор, пока общая инерционная сила в системе не превысит определённый уровень – порог срабатывания, значение которого зависит от коэффициента трения и конфигурации скользящих поверхностей фундамента.

Алгоритм расчёта. Рассмотрим систему с одной степенью свободы, где наряду с вязким трением осциллятор испытывает также действия сухого трения. Нелинейное дифференциальное уравнение движения осциллятора с сухим трением при кинематическом возмущении основания может быть записано в виде

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw + f = -m\ddot{z}_0(t), \quad (1)$$

здесь $f = f_0 \cdot \text{sgn}(v)$ – кулонова сила трения, $f_0 = \mu \cdot Q$ – максимальная сила трения покоя, $Q = mg$ – вес тела, μ – коэффициент трения скольжения, $v = \dot{w} - \dot{z}_0$ – относительная скорость, $\dot{w}$ – скорость движения массы m , $\dot{z}_0$ – заданная скорость движения основания. Кусочно-постоянная функция действительного аргумента $\text{sgn}(v)$ определяется по формуле:

$$\text{sgn}(v) = \begin{cases} 1, & v > 0 \\ 0, & v = 0 \\ -1, & v < 0 \end{cases}.$$

Исходя из этого, нелинейное уравнение (1) можно записать в виде двух линейных уравнений:

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = -m\ddot{z}_0(t) - f_0, \text{ при } v > 0, \quad (2)$$

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = -m\ddot{z}_0(t) + f_0, \text{ при } v < 0, \quad (3)$$

где первое уравнение описывает движение массы вправо, а второе – движение влево.

Нелинейное дифференциальное уравнение свободных колебаний системы принимает следующий вид

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw = \pm f, \quad \ddot{w} + 2n \cdot \dot{w} + \omega^2 \cdot w = \pm \omega^2 a, \quad (4)$$

где $n = c/2m$, $\xi = n/\omega$, $\omega^2 = k/m$, $f/m = \omega^2 a$, $a = f/k$, ξ – параметр затухания, ω – круговая частота свободных колебаний без учёта затухания, a – граница мёртвой зоны. Верхний знак, плюс, соответствует движению массы m справа налево ($\dot{w} < 0$), нижний, минус, – движению слева направо ($\dot{w} > 0$). В случае свободных колебаний без затухания с начальным смещением z_0 после каждого полупериода произойдёт уменьшение цикла на величину $2a$ и убывание амплитуд следует арифметической прогрессии [13].

Приближённое решение уравнения задачи о вынужденных колебаниях с сухим трением при действии возмущающей силы $P(t) = P_0 \sin \theta t$

$$m\ddot{w} + c\dot{w} + kw + f = P(t), \quad (5)$$

сводится к уравнению $w = A \sin(\theta t - \alpha)$, где амплитуда выражается формулой [13]

$$A = \pm \frac{P_0}{k} \cdot \frac{\sqrt{1 - (4f_0 / \pi P_0)^2}}{1 - \theta^2 / \omega^2}, \quad (6)$$

где $f_0 / P_0 < \pi / 4$.

Первый множитель в правой части (6) представляет статическое отклонение, а второй множитель – динамический коэффициент.

Для численного решения динамических задач [14] с сухим трением используем последовательную аппроксимацию искомой функции, $w(t)$, в результате которой получим рекуррентные формулы для скорости и ускорения, соответствующие моменту времени t_i

$$\dot{w}_i = \beta_1(w_i - w_{i-1}) / \tau - \beta_2 \dot{w}_{i-1} - \tau \beta_3 \ddot{w}_{i-1}, \quad (7)$$

$$\ddot{w}_i = \alpha_1(w_i - w_{i-1}) / \tau^2 - \alpha_2 \dot{w}_{i-1} / \tau - \alpha_3 \ddot{w}_{i-1}, \quad (8)$$

где α_j, β_j – коэффициенты аппроксимации, τ – шаг интегрирования по времени.

Внося (7) и (8) в (4), получим уравнение для определения w_i :

$$a_1 w_i = b_1 w_{i-1} + c_1 \dot{w}_{i-1} + d_1 \ddot{w}_{i-1} - \mu g \cdot \operatorname{sgn}(\dot{w}_{i-1}), \quad (9)$$

Здесь $a_1 = \alpha_1 / \tau^2 + 2\xi\omega\beta_1 / \tau + \omega^2$, $b_1 = \alpha_1 / \tau^2 + 2\xi\omega\beta_1 / \tau$,

$$c_1 = \alpha_2 / \tau + 2\xi\omega\beta_2, \quad d_1 = \alpha_3 + 2\xi\omega\beta_3\tau.$$

Пример 1. Исследование свободных колебаний системы с одной степенью свободы. Предложенный алгоритм реализуем на тестовом примере. Требуется определить границы «мёртвой зоны» и построить график колебательного движения тела массой $m = 1$ кг, находящегося на негладкой поверхности при следующих данных [15].

$$k = 2 \text{ Н/см} \left(200 \text{ кг/с}^2 \right), \quad z_0 = w_0 = 7 \text{ см}, \quad \mu = 0,2, \quad \xi = 0,$$

$$f_0 = \mu mg = 0,2 \cdot 1,9,81 = 1,962 \text{ кг} \cdot \text{м/с}^2 \text{ (1,962 Н)},$$

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{2/1} = 1,414 \text{ с}^{-1}, \quad T = 2\pi/\omega = 2,3,14/1,414 = 1,64 \text{ с}.$$

На рисунке 1 представлены результаты численного решения тестовой задачи при шаге интегрирования $\tau = 0,005 \text{ с}$. Сравнение показывает, что результаты численного исследования по смещениям (кривая 1) достаточно хорошо согласуются с аналитическим решением [15]. Граница мёртвой зоны определяется из равенства

$$kh = \mu_0 mg,$$

где $\mu_0 mg$ – статическая сила трения,

$$h = \mu_0 mg / k = 0,24 \cdot 1,9,81 / 200 = 1,18 \text{ см}.$$

Тело, остановившись на расстоянии $w_3 = 1,12 \text{ см}$ (кривая 1) левее исходной точки, прекращает своё движение, так как $w_3 < h$. Следовательно, пружина будет сжата на величину 1,12 см.

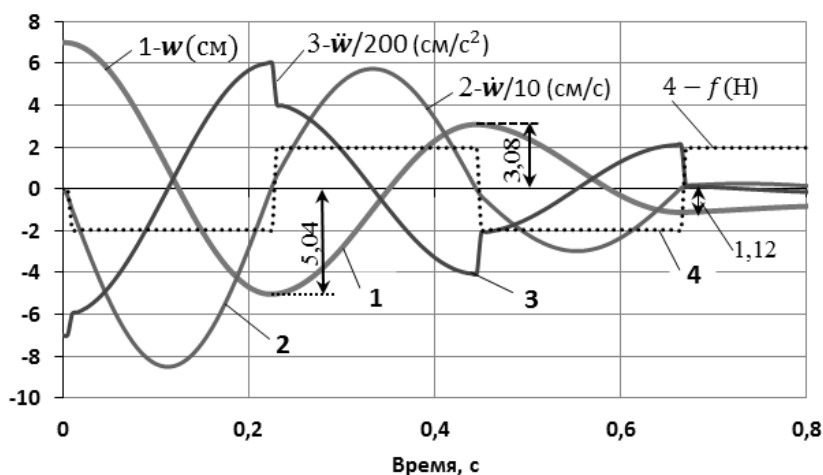


Рисунок 1 – Графики изменения смещения – 1, скорости – 2, ускорения – 3 и силы трения – 4

Следует отметить, что график ускорения (кривая 3) имеет скачкообразный характер изменения. Данные скачки соответствуют мо-

ментам времени, когда скорость движения изменяет свой знак (кривая 2). В этой точке производная от скорости $\dot{w}(t)$ претерпевает разрыв.

Пример 2. Исследование затухающих колебаний при постоянном трении. Предполагается, что в начальный момент масса m находится на расстоянии z_0 правее от исходной точки и начинает движение без начальной скорости. Точное решение этой задачи при следующих данных

$$z_0 = 8 \text{ см}; \quad k = 1 \text{ кгс/см} = 10 \text{ Н/см}; \quad N = mg = 0,2 \times 9,81 = 2 \text{ кгс} = 20 \text{ Н};$$

$$\mu = 0,15; \quad \mu_0 = 0,18;$$

приводится в [16], где число размахов s , которые масса проделает до остановки, определяется из условия

$$(a_0 - h) / 2\delta_0 + 1 \geq s \geq (a_0 - h) / 2\delta_0,$$

$$\text{где } \delta_0 = \mu \cdot N / k = 0,15 \cdot 2 / 1 = 0,3 \text{ см}, \quad h = \mu_0 N / k = 0,36 \text{ см},$$

$$a_0 = z_0 = 8 \text{ см}.$$

Следовательно, число размахов получается меньше 13,7 и больше 12,7. Размахи колебаний каждый раз уменьшаются на величину $2\delta_0 = 0,6 \text{ см}$ и к концу 13-го колебания

$$a_{13} = a_0 - 2 \cdot 13 \cdot \delta_0 = 8 - 2 \cdot 13 \cdot 0,3 = 0,2 \text{ см}.$$

Это значит, что груз, останавливаясь слева от исходной точки, входит в мёртвую зону. В этом случае пружина будет сжата на 0,2 см и сила упругости

$$f_s = k \cdot w = 1 \times 0,2 = 0,2 \text{ кгс} = 2 \text{ Н},$$

а сила статического трения

$$f_t = \mu_0 N = 0,18 \times 2 = 0,36 \text{ кгс} = 3,6 \text{ Н}.$$

Частота и период колебаний будут равны:

$$\omega = \sqrt{k/m} = \sqrt{1/0,2} = 2,21 \text{ с}^{-1}, \quad T = 2\pi / \omega = 2,3,14 / 2,21 = 2,84 \text{ с}.$$

Сила трения $f = \mu \cdot N = 0,15 \cdot 2 = 0,3 \text{ кгс (2,943 Н)}$.

Результаты численного решения второй тестовой задачи, полученные при $\tau = 0,03 \text{ с}$ и $\xi = 0$, представлены на рисунке 2, где число размахов и амплитуды колебаний практически совпадают с аналитическим решением. Например, из точного решения следует, что

$$a_1 = a_0 - 2\delta_0 = 8 - 2 \cdot 0,3 = 7,4 \text{ см}, \quad a_2 = a_0 - 4\delta_0 = 8 - 4 \cdot 0,3 = 6,8;$$

$$a_{10} = a_0 - 2 \cdot 10 \cdot \delta_0 = 8 - 20 \cdot 0,3 = 2 \text{ см},$$

а численное решение даёт следующие результаты:

$a_1 = 7,396 \text{ см}$, $a_2 = 6,798 \text{ см}$ и $a_{10} = 2,018 \text{ см}$ (рис. 2, кривая 1).

Период колебаний системы по численному расчёту получается равным $2,83 \text{ с}$, что на $0,35\%$ отличается от аналитического решения. Скачки на графике ускорения (кривая 2) менее заметны, чем в первом примере. Это объясняется тем, что здесь система менее жёсткая.

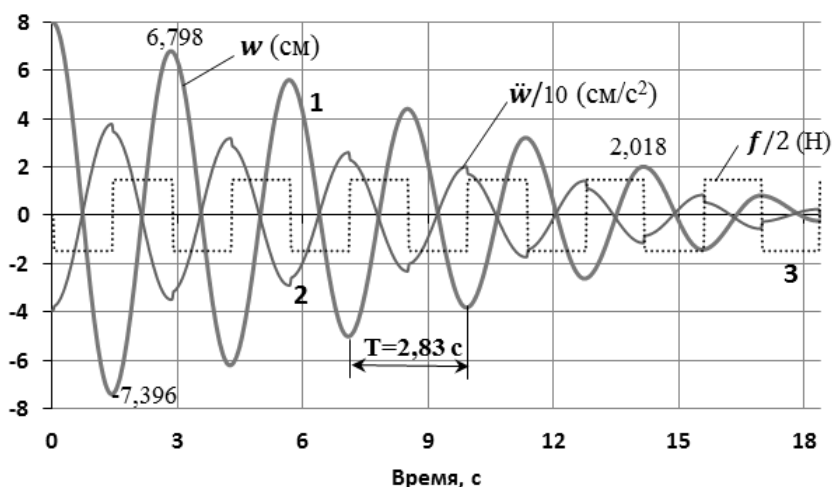


Рисунок 2 – Графики изменения смещения – 1, ускорения – 2 и силы трения – 3

Пример 3. Исследование сухого трения при действии вибрационной нагрузки. Для исследования данной задачи рассмотрим систему с одной степенью свободы, где на тело массой m в его исход-

ном положении ($z_0 = 0$) действует гармоническая нагрузка $P \sin \theta t$, здесь $P = 10$ Н. Здесь используются исходные данные примера 2.

Уравнение для определения w_i , аналогичное (9), приобретает вид:

$$a_1 w_i = b_1 w_{i-1} + c_1 \dot{w}_{i-1} + d_1 \ddot{w}_{i-1} - \mu g \cdot \text{sgn}(\dot{w}_{i-1}) + P \sin \theta t_i. \quad (10)$$

Приведённые на рисунке 3 результаты численного решения показывают, что с увеличением частоты динамической нагрузки от $0,1\omega$ до ω , при постоянном значении коэффициента трения $\mu = 0,15$ и без учёта вязкого затухания амплитуды колебаний уменьшаются. При $\theta = \omega$ и $\mu \leq 0,05$ наблюдается резонансный режим, где неуклонно возрастают амплитуды колебаний. Увеличения коэффициента трения приводят к уменьшению амплитуды колебаний.

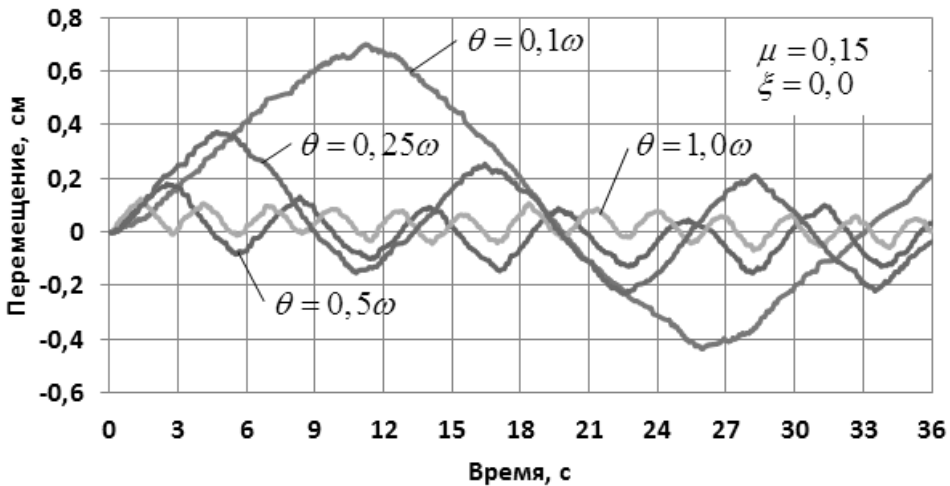


Рисунок 3 – Вынужденные колебания системы при $\mu = 0.15$ и различных значениях частоты вибрационной нагрузки

Вывод. Наиболее важным направлением современной науки о сейсмостойком строительстве становится разработка способов сейсмозащиты и расчётной оценки их эффективности на основе различных динамических моделей систем «сооружение – изоляция – фундамент – основание» с учётом характера сейсмического воздей-

ствия в форме инструментальных записей землетрясений. Пассивный способ обеспечения сейсмостойкости зданий и сооружений предполагает повышение прочности конструкции за счёт увеличения их размеров и прочности материалов. Это требует значительных дополнительных затрат строительных материалов. Однако увеличение размеров конструкций или прочности материалов приводит к повышению жёсткости и веса сооружений, что в свою очередь увеличивает величину сейсмической нагрузки. Разработанная математическая модель и компьютерные программы дают возможность исследовать влияние силы сухого трения на динамическое поведение объекта. Достоверность результатов подтверждается хорошим совпадением результатов численного моделирования с результатами аналитических решений, а также сходимостью решений. Разработанная методика может быть применена для решения задач со многими степенями свободы.

Литература:

1. Килимник Л. Ш. Анализ работы зданий со скользящим поясом с использованием многомассовой расчётной модели / Л. Ш. Килимник, Л. Л. Солдатова, Л. И. Ляхина // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1986. – №6. – С. 69 – 73.
2. Низомов Д. Н. Моделирование зданий с учетом нелинейной работы сейсмоизоляции / Д. Н. Низомов, И. Каландарбеков, И. И. Каландарбеков // Материалы VIII Международной научно- практической конференции «Перспективы развития науки и образования», г. Душанбе, 3-4 ноября. – 2016 г. – Часть 1. – С.234–238.
3. Низомов Д. Н. Концепция сейсмоизоляции как стратегия в области сейсмостойкого строительства / Д. Н. Низомов, И. Каландарбеков, А. А. Ходжибоев // Материалы республиканской научно-практической конференции «Практика, проблемы и перспективы повышения качества проектирования, строительства и производства строительных материалов», 26 октября 2016 г. г. Душанбе, 2016. – С.139–147.

4. Низомов Д. Н. Моделирование зданий с учетом нелинейной работы сейсмоизоляции / Д. Н. Низомов И. Каландарбеков, И. И. Каландарбеков // Материалы VIII Международной научно-практической конференции “Перспективы развития науки и образования в XXI веке”. Душанбе, 2016. – С. 234–238.
5. Каландарбеков И. К. Сравнительный анализ различных типов сейсмоизоляции в многоэтажных зданиях / И. К. Каландарбеков, Д. Н. Низомов, И. И. Каландарбеков // Известия АН РТ. – 2016. №4(165).– С. 58–64.
6. Низомов, Д. Н. Численный анализ модели сейсмоизолированного многоэтажного здания/ Д. Н. Низомов, И. Каландарбеков, А. А. Ходжибоев // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – Москва, 2017.– №3. – С. 16–20.
7. Низомов Д. Н. Численное моделирование сейсмоизолированных зданий с сухим трением /Д. Н. Низомов, И. Каландарбеков, И. И. Каландарбеков // ДАН РТ 2018. – Т.61. –№1. –С.47–53.
8. Низомов Д. Н. Математическое моделирование задач, связанных с учетом сейсмоизоляции в зданиях / Д. Н. Низомов, И. Каландарбеков, И. И. Каландарбеков // Республиканская научно- практическая конференция «Современные задачи градостроительства и архитектуры». –Душанбе, 27.11.2019. – С.50–55.
9. Низомов Д. Н. Исследования свободных колебаний зданий с учетом сейсмоизоляции / Д. Н. Низомов И. Каландарбеков, И. И. Каландарбеков // Труды ИГССС. Материалы научно-практической конференции. – Выпуск 2. Душанбе, 2019. – С. 182–189.
10. Низомов Д. Н. Численное моделирование динамических задач по расчету сейсмоизолированных зданий / Д. Н. Низомов // Материалы международной научной конференции. – НАНТ, Душанбе, 14–15 сентября 2020. – С. 62–70.

11. Ормонбеков Т. Слоистые эластомерные конструкции / Т. Ормонбеков, У. Бегалиев, Г. Максимов. – Бишкек, Изд-й центр «МОК», 2004. – 144 с.
12. Ризниченко Ю.В. Проблемы сейсмологии / Ю. В. Ризниченко // Избранные труды. – М.: Наука, 1985. – 408с.
13. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. – М.: Физматгиз, 1959. – 439 с.
14. Низомов Д. Н. Метод сосредоточенных деформаций / Д. Н Низомов, И. Каландарбеков. –Д., Изд-во Дониш,2015.– 436с.
15. Яблонский А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М.: Высшая школа, 1975. – 248 с.
16. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики / Н. Н. Бухгольц. Ч. 1. – М.: Наука, 1972. – 467 с.