

У. Дж. Душенова

УДК 663.631

ЖЫЛДЫН ЖЫЛУУ МЕЗГИЛИНДЕ ТОҢГОН ЖЕРДИН ЭРҮҮСҮ

ТАЯНИЯ МЕРЗЛОГО ГРУНТА ЗА ТЕПЛЫЙ ПЕРИОД ГОДА

MELTING OF FROZEN GROUND DURING THE WARM PERIOD OF THE YEAR

У. Дж. Душенова

U.J. Dushenova

Жылдын жылуу мезгилинде (майдан сентябрга чейин) тоңгон топурактын эрүүсүн эсептөөнүн аналитикалык жана сандык ыкмасы сунушталат, анын негизинде чектүү элементтер ыкмасы (АЭБ), б.а. негизги функциялардын ордуна жылуулук теңдемесинин сызыктуу көз карандысыз өзгөчө чечимдери колдонулат. Бул ыкма баштапкы шартты жана убакыттын өтүшү менен өзгөрүп туруучу чектик шарттарды канааттандырган аналитикалык эритмени куруунун эсебинен мейкиндикти жана убакытты дискреттөө маселесин жокко чыгарат, ошондой эле тоңгон кыртыштын табынын баштапкы абалы менен аналитикалык чечимди идентификациялоо аркылуу жылуулук диффузиялык коэффициентин аныктоого мүмкүндүк берет. Маселени чечүү белгилүү алгоритм боюнча ишке ашырылат, б.а. эриген жана тоңгон топурак чөлмөгүндө жылуулук өткөрүмдүүлүк процесси математикалык жактан өзүнчө моделделип, алгачкы чек ара шарттары менен жылуулук өткөрүмдүүлүк теңдемеси Стефан теңдемесинин чечими менен аныкталат

Предложен аналитико-численный подход расчета таяния мерзлого грунта за теплый период времени года (с мая до сентября), основанный на методе конечных элементов, т.е. вместо базисных функций используются линейно-независимые частные решения уравнения теплопроводности. Такой подход освобождает от вопроса дискретизации пространства и времени из-за построения аналитического решения, удовлетворяющего начальное условие и краевые условия, изменяющиеся во времени, а также позволяет определять коэффициент температуропроводности путем идентификации аналитического решения с начальным условием температуры мерзлого грунта. Решение задачи производится согласно известному алгоритму, т.е. процесс переноса тепла математически моделируется отдельно в зоне талого и мерзлого грунта уравнением теплопроводности с начально-краевыми условиями, движение фронта таяния определяется решением уравнении Стефана.

The analytical and numerical approach to calculating the thawing of frozen soil during the warm period of the year (from May to September) is proposed, based on the idea of the finite element method (FEM), i.e. instead of basis functions, linearly independent particular solutions of the heat equation are used. This approach eliminates the issue of discretization of space and time due to the construction of an analytical solution that satisfies the initial condition and boundary conditions changing in time, and also allows determining the thermal diffusivity by identifying the analytical solution with the initial condition of the frozen soil temperature. The solution to the problem is performed according to the well-known algorithm, i.e. the heat transfer process is mathematically modeled separately in the zone of thawed and frozen soil by the heat equation with initial-boundary conditions, the movement of the thawing front is determined by the solution of the Stefan equation.

Түйүн сөздөр: *жылуулук өткөргүч коэффициент; тап өткөрүүмдүүлүгү, тоңгон топурак; эрүү фронту.*

Ключевые слова: *Коэффициент теплопроводности; теплопроводность; мерзлый грунт; фронт таяния.*

Key words: *Thermal diffusivity coefficient; thermal conductivity; frozen soil; melting front.*

Введение. Исследование процесса таяния мерзлого грунта в естественном состоянии за теплый период года связано с расчетами устойчивости гидротехнических сооружений, расположенных в условиях вечной мерзлоты. Предложенная методика расчета температурного режима мерзлого грунта в условиях вечной мерзлоты может использоваться при анализе устойчивости и технологии строительства дамбы хвостохранилища.

Постановка задачи. Определение глубины таяния мерзлого грунта, расположенного на уровне 3800 м в районе дамбы хвостохранилища Кумтор под влиянием температуры окружающей среды, по данным метеостанции Кумтора с мая до первой недели сентября 2011 года. Перенос тепла в мерзлых грунтах математически моделируется согласно матмодели, рассмотренной в работах [2, 3, 4], отдельно в зоне талого и мерзлого грунта уравнениями теплопроводности с начально-краевыми условиями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T_T}{\partial t} &= a_T \frac{\partial^2 T_T}{\partial x^2}, 0 \leq x \leq h \\ \frac{\partial T_M}{\partial t} &= a_M \frac{\partial^2 T_M}{\partial x^2}, h \leq x \leq L \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

$$t = 0; \quad x \in [0, h], \quad T_T = f_1(x); \quad x \in [h, L], \quad T_M = f_2(x). \quad (2)$$

$$x = 0, \quad T_m = T_\theta, ; \quad x=h, \quad T_m = T_M = T_0; \quad x=L, \quad T_m = T_1. \quad (3)$$

Условие сопряжения на границе талого и мерзлого грунта описывается уравнением Стефана:

$$\lambda_T \left[\frac{\partial T_T}{\partial x} \right]_{x=h} - \lambda_M \left[\frac{\partial T_M}{\partial x} \right]_{x=h} = q_0 w \frac{\partial h}{\partial t}, \quad (4)$$

где T_T – температура зоны талого грунта; T_M – температура мерзлого грунта, h – глубина таяния, L – область мерзлого грунта, за которой начинается вечная мерзлота, T_0, T_1, T_θ – соответственно температура таяния мерзлого грунта, температура вечной мерзлоты, температура окружающей среды, $a_T, a_M, \lambda_T; \lambda_M$ – соответственно коэффициенты температуропроводности и теплопроводности грунта в талом и мерзлом состояниях, w – количество льда в грунте; q_0 – теплота плавления льда.

Методика решения. Использование идеи метода конечных элементов (МКЭ) позволяет автоматически удовлетворять начальные и граничные условия задачи. В качестве базисных функций используются линейно-независимые частные решения уравнения теплопроводности:

$$\begin{aligned} T_1(x, t, a) &= e^{-\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x} \cos \left(\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x - 4at \right), \\ T_2(x, t, a) &= e^{-\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x} \sin \left(\sqrt{\frac{2\pi}{a}}x - 4at \right). \end{aligned} \quad (5)$$

Рассматривается конечная глубина мерзлого грунта длиной L , за которой температура грунта почти не изменяется. Эта длина, в отличие от МКЭ, разбивается только на два элемента. Первый элемент начинается от дневной поверхности до фронта таяния, который является неизвестным и подвижным. Второй элемент

начинается от фронта таяния до вечной мерзлоты L . В каждом элементе строится аналитическое решение задачи теплопроводности

$$\begin{aligned} T_T(x, t, a) &= N_i^1(x, t, a) * T_b + N_j^1(x, t, a) * T_0, \\ T_M(x, t, a) &= N_i^2(x, t, a) * T_0 + N_j^2(x, t, a) * T_1, \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} N_i^k(x, ta) &= \frac{T_2(x_j, t, a) * T_1(x, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}{T_2(x_j, t, a) * T_1(x_j, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}, \\ N_j^k(x, ta) &= \frac{T_2(x_i, t, a) * T_1(x_i, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}{T_2(x_j, t, a) * T_1(x_j, t, a) - T_2(x_i, t, a) * T_1(x_j, t, a)}, \end{aligned}$$

аналоги функции формы МКЭ, т.е. при $x = x_i$, $N_i = 1$, $N_j = 0$; k – номер элемента. В начале потепления длина первого элемента (зона таяния) будет очень маленькой по сравнению со вторым элементом. С течением времени первый элемент будет увеличиваться, т.е. будет происходить таяние мерзлого грунта под влиянием плюсовой температуры окружающей среды, а второй элемент будет уменьшаться. Подвижная граница (фронт таяния) находится численно, решением обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка (4) методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

Особенность данного подхода заключается в том, что все время используются три заданные постоянные температуры: на дневной поверхности температура окружающей среды, данные из метеостанции за теплый период года, на границе таяния постоянная $+0.01^\circ\text{C}$, которая двигается вместе с фронтом таяния, и на конце глубины L , за которой поддерживается постоянная минусовая температура (вечная мерзлота) -1.86°C . Используя данные температуры в каждые моменты времени на каждом элементе, численно находятся коэффициенты теплопроводностей как решение трансцендентного уравнения:

$$\begin{aligned} N_i^1(x, t, a) * T_b + N_j^1(x, t, a) * T_0 &= T^*, \\ N_i^2(x, t, a) * T_0 + N_j^2(x, t, a) * T_1 &= T^{**}, \end{aligned}$$

где T^* , T^{**} – средние значения температуры в середине каждого элемента.

В целях проверки достоверности и работоспособности предложенного подхода использовались данные температуры окружающей среды из метеостанции за теплосезонный период года погоды, за 2011 г. с мая по сентябрь первой недели проведены расчеты. Результаты расчета показаны на рисунке 1 в виде графика, где глубина таяния мерзлого грунта достигает до 1.82 м. Достоверность результата подтверждается данными наблюдений за скважиной ВН93-12 Кумтора, которые находятся в пределах от 1.76 до 2.20 м.

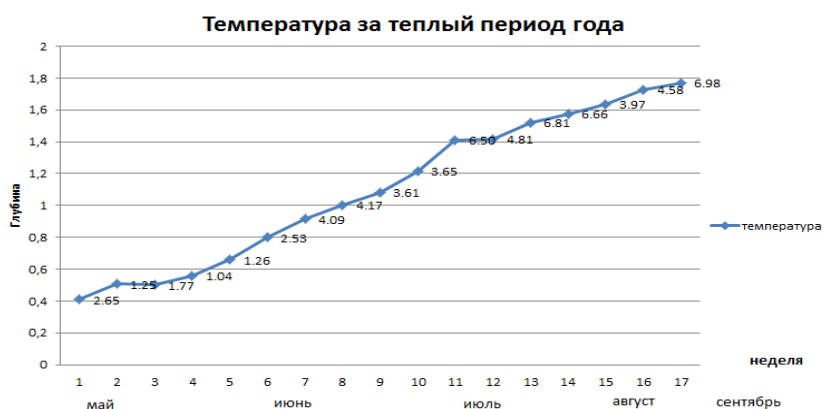


Рисунок 1 – Глубина таяния мерзлого грунта в районе рудника Кумтор за теплый сезон года

Данные температуры из метеостанции усреднялись, и для расчета использовались средненедельные температуры, т.к. при расчете шаг по времени принимался равным неделе. Если при расчете шаг по времени использовали бы равным 1 день, то применялась бы среднедневная температура.

Вывод. Полученные результаты подтверждают достоверность и эффективность предложенного подхода, а именно:

1. Используя начальные данные о температуре с помощью аналитического решения, идентифицируется коэффициент температуропроводности.

2. Из-за аналитико-численного подхода, построенного по аналогии МКЭ, краевые условия, изменяющиеся во времени как данные из наблюдения, удовлетворяются автоматически, и расчеты проводятся без ограничения шага по времени и без ограничения размерам элемента области.

Литература

1. Джаманбаев М.Дж. Протаивание мерзлого грунта с учетом фильтрации воды из водоема. // Известия КГТУ им. И.Раззакова. – Бишкек, 2014. – № 32. – С.126 – 129.
2. Фельдман Г.М. Прогноз температурного режима грунтов и развития криогенных процессов. – Новосибирск: Наука, 1977. – 191 с.
3. Галкин А. Ф., Курта И. В. Влияние температуры на глубину оттаивания мерзлых пород // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2020. – № 2. – С. 82–91.
4. Джаманбаев М.Дж., Душенова У.Дж. Анализ и оценка аналитических решений математических моделей таяния мерзлого грунта./ Сборник тезисов VII Всемирного конгресса математиков тюркского мира. 20–23 сентября 2023 г., г. Туркестан, Казахстан.