

УДК 621.01

ШЫНАА КУРЛУУ УЗАТКЫЧТУУ КОЛ ТАПТАГЫЧТЫН МАТЕМАТИКАЛЫК МОДЕЛИ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РУЧНОЙ ТРАМБОВКИ С КЛИНОРЕМЕННОЙ ТРАНСМИССИЕЙ

MATHEMATICAL MODEL OF MANUAL RAMMER WITH V-BELT TRANSMISSION

Э.С. Абдраимов, М.М. Исманов, Р.Р. Пакирдинов, Ж.И. Мамбетов
E.S. Abdraimov, M.M. Ismanov, R.R. Pakirdinov, Zh.I. Mambetov

Бул макалада шынаа курлуу узаткычтуу кол таптагычтын математикалык үлгүсүн түзүүнүн жол-жобосу талкууланат. Машинанын электр иштеткич кинематикалык өлөкөтү түзүлгөн. Кыймылдаткычтан, шынаа курлуу узаткычтын жана термелгичтин электр кыймылдаткычтын ок толгоочуна келтирилген шынаа курлуу узаткычтуу таптоочу машинанын математикалык модели иштелип чыккан. Бул тутумдун парциалдык жыштыктарынын жарым-жартылай тутумдарынын талдоосу динамикалык тутум эки массалуу тутумга чейин кыскартылганын көрсөтөт. Лагранж теңдемесинде кинетикалык энергиянын туюнтмаларын алмаштырып, кыймылдаткычтын роторунун ок толгоочуна өткөрүлгөн тогоолордун күү ийин күчүн эске алып, механизмдердеги сүрүлүү күчтөрүн эске албай, кол таптагычынын математикалык үлгүсү алынат.

В статье рассматривается порядок составления математической модели ручной трамбовки с клиноременной трансмиссией. Представлена кинематическая схема машины с электрическим приводом. Разработана математическая модель ручной трамбовки, состоящая из двигателя, клиноременной трансмиссии и коромысла, приведенного к валу двигателя. Анализ парциальных систем собственных частот этой системы представляет динамическую систему, упрощенную до двухмассовой системы. Подставляя выражение для кинетической энергии в уравнение Лагранжа и учитывая момент инерции звеньев, приведенных к валу ротора двигателя, пренебрегая силами трения в механизмах, получена математическая модель ручной трамбовки.

The article discusses the procedure for compiling a mathematical model of a manual rammer with a V-belt transmission. A kinematic diagram of a machine with an electric drive is presented. A mathematical model of a manual rammer has been developed, consisting of an engine, a V-belt transmission and a rocker arm connected to the engine shaft. Analysis of partial systems of natural

frequencies of this system shows that the dynamic system has been reduced to a two-mass system. Substituting expressions for kinetic energy in the Lagrange equation, taking into account that the moment of inertia of the links brought to the engine rotor shaft, neglecting the friction forces in the mechanisms, a mathematical model of manual ramming is obtained.

Түйүн сөздөр: шынаа курлуу узаткыч; кол таптагыч; машинанын математикалык үлгүсү; кинематикалык сөлөкөт; асинхрондук кыймылдаткыч.

Ключевые слова: клиноременная трансмиссия; ручная трамбовка; кинематическая схема; математическая модель машины; асинхронный двигатель.

Key words: V-belt transmission; manual rammer; kinematic diagram; experimental sample; mathematical model of the machine; asynchronous motor.

В работах [3, 4] рассмотрена математическая модель ударного узла ручных трамбовок с зубчатым зацеплением. В продолжение указанных работ дальнейшим этапом является проведение математического анализа ручной трамбовки с ременной передачей.

Основными параметрами в ручных машинах является энергия и частота ударов, которые характеризуют эффективность работы и могут быть использованы как критерий работоспособности трамбовки.

Для решения поставленной задачи необходимо выполнить следующие расчеты:

1. Разработка математической модели данной машины и оценки основных параметров ударного узла, таких как энергия удара, частота ударов, момент двигателя, предупредная угловая скорость кривошипа и т.д.

2. Определение параметров звеньев: двигателя, ведущего шкива, шкив-колеса, установленного на валу кривошипа и коромысла.

Процесс взаимодействия коромысла-бойка с волноводом и передачи энергии в обрабатываемую среду представляет собой отдельную задачу и в данной работе не рассматривается. Нашей целью является математическое моделирование силовой трансмиссии от электродвигателя до коромысла-ударного элемента машины [1, 4, 5].

Исполнительный механизм разрабатываемой ручной трамбовки состоит из асинхронного двигателя 1, зубчатых колес 2,3, кривошипа 4, шатун 5 и коромысла 6.

Для этого на основе кинематической схемы машины (рис. 1) составляется математическая модель, состоящая из двигателя, ведущего шкива, шкив-колеса, установленного на валу кривошипа и коромысла (рис. 2).

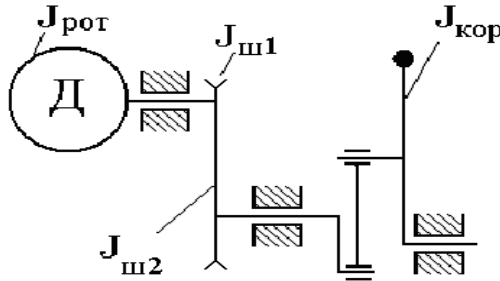


Рисунок 1 – Кинематическая схема ручной трамбовки

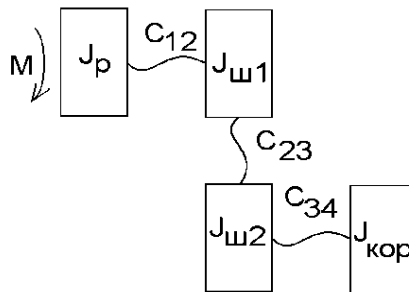


Рисунок 2 – Математическая модель ударного узла машины:

J_p – момент инерции двигателя; $J_{ш1}$ – момент инерции ведущего шкива; $J_{ш2}$ – момент инерции шкив-колеса, установленного на валу кривошипа; $J_{кор}$ – переменный момент инерции коромысла, зависящий от угла поворота кривошипа;
 C_{12} – коэффициент жесткости шпонки вала ротора, на котором установлена ведущая шестерня; C_{23} – коэффициент жесткости ременной передачи между шкивом 1 и шкив-колесом 2;
 C_{34} – коэффициент жесткости шпонки шкив-колеса;
 M – момент двигателя

В математической модели двигатель представлен в виде массы с моментом инерции J_p , равной моменту инерции ротора двигателя, ведущего шкива и шкив-колеса, установленного на валу кривошипа в виде масс с моментами инерции $J_{ш1}$ и $J_{ш2}$ и коромысла ударного механизма массы с моментом инерции $J_{кор}$. Коромысло имеет переменный момент инерции, зависящий от угла поворота кривошипа. Соединение ведущего шкива с валом двигателя представляется как шпоночные соединения с коэффициентом жесткости C_{12} и ременной передачей между ведущим шкивом и шкив-колесом как ременное соединение с коэффициентом жесткости C_{23} [5].

С использованием методики расчета, приведенной в работе [2], определяются инерционные моменты ротора двигателя, ременной трансмиссии и коромысла. Так как жесткость этих звеньев намного больше жесткостей остальных звеньев, то они представляются как жесткие массы их с определенными моментами инерции. В таблице 1 приведены инерционные моменты звеньев механизма, коэффициенты жесткости и податливости.

Таблица 1 – Параметры звеньев ударного узла ручной трамбовки

Момент инерции $J \cdot 10^{-3} \text{ кг} \cdot \text{м}^2$	$J_{рот}$	$J_{ш1}$	$J_{ш2}$	$J_{кор}$
	33	31	103	18,94
Жесткость $C \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$	C_{12}	C_{23}	C_{34}	
	7,56	0,6	30,5	

Для упрощения расчета все параметры звеньев ударного узла машины приводятся к валу двигателя (рис. 3)

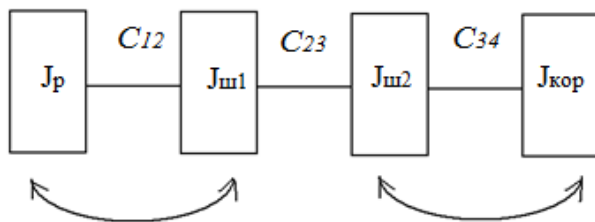


Рисунок 3 – Схема приведения звеньев динамической системы к валу двигателя

Из этой четырехмассовой системы видно, что податливости между 1 и 2 массой, 2 и 4 массой намного больше, чем 2 и 3 массой. Анализ парциальных систем собственных частот этой модели показывает, что динамическая модель можно рассматривать в виде двухмассовой системы, суммируя инерционные массы 1 и 2, 3 и 4 согласно методике, приведенной в работе [2, 3]. В итоге четырехмассовая система упрощается, и образуется двухмассовая система (рис. 4).

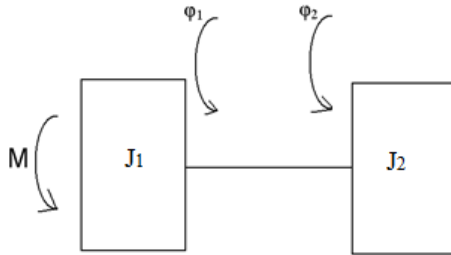


Рисунок 4

Для составления уравнения движения двухмассовой системы использовано уравнение Лагранжа 2-го рода.

Для начала определим кинетическую и потенциальную энергии для данной системы. Предположим, у нас есть две массы J_1 и J_2 , каждая со своим положением x_1 и x_2 , и скоростями $\dot{\phi}_1$ и $\dot{\phi}_2$ соответственно. Подставляя выражение для кинетической энергии в уравнение Лагранжа, учитывая, что момент инерции механизма, приведенный к валу ротора двигателя, является функцией от угла поворота ротора двигателя, пренебрегая силами трения в механизмах, получим следующее уравнение движения машины.

Кинетическая энергия T системы будет суммой кинетических энергий обеих масс:

$$T = \frac{J_1(\dot{\phi}_1)^2}{2} + \frac{J_2(\dot{\phi}_2)^2}{2}.$$

Потенциальная энергия Π зависит от положений масс и, возможно, других внешних сил, например, упругих и гравитационных:

$$П = П(x_1, x_2).$$

Теперь мы можем записать уравнения Лагранжа для этой системы. Двухмассовая модель описывается системой двух дифференциальных уравнений. Уравнения Лагранжа второго рода выглядят следующим образом:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = 0,$$

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + C(\varphi_1 - \varphi_2) = M_{\varphi},$$

где L – функция Лагранжа, φ_2 – обобщенные координаты, а $\dot{\varphi}_2$ – их производные по времени.

Функция Лагранжа L определяется как разность между кинетической и потенциальной энергиями:

$$L = T - П,$$

здесь T – кинетическая энергия и $П$ – потенциальная энергия.

Теперь можно написать уравнения Лагранжа для этой системы, заменив T и $П$ в функции Лагранжа:

$$T = \frac{J_1 (\dot{\varphi}_1)^2}{2} + \frac{J_2 (\dot{\varphi}_2)^2}{2},$$

$$П = \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}, \quad \varphi_2 = \varphi_2(\dot{\varphi}_2).$$

Тогда

$$L = \frac{J_1 (\dot{\varphi}_1)^2}{2} + \frac{J_2 (\dot{\varphi}_2)^2}{2} - \frac{C(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{2}.$$

Сначала продифференцируем функция Лагранжа по $\dot{\varphi}_2$:

$$1) \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} = J_2 \dot{\varphi}_2 + C(\varphi_1 - \varphi_2) \frac{\partial \varphi_2}{\partial \dot{\varphi}_2}.$$

$$2) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) = \frac{\partial J_2}{\partial \varphi_2} (\dot{\varphi}_2)^2 + J_2 \ddot{\varphi}_2 + C(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) \frac{\partial \varphi_2}{\partial \dot{\varphi}_2} + C(\varphi_1 - \varphi_2) \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \varphi_2}{\partial \dot{\varphi}_2} \right)$$

$$3) \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = \frac{1}{2} \frac{\partial J_2}{\partial \varphi_2} (\dot{\varphi}_2)^2 + J_2 \dot{\varphi}_2 \frac{\partial \dot{\varphi}_2}{\partial \varphi_2} + C(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Подставляя уравнение Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = 0,$$

при $D=0$ получаем

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 + c(\varphi_1 - \varphi_2) = M_\partial \\ \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial J_2}{\partial \varphi_2} \cdot \frac{\dot{\varphi}_2^2}{2} - C(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \end{cases}$$

Предоставленная система уравнений решается численными методами. Для вычислений применяются современные языки программирования. В результате решения системы уравнений будут получены моментно-угловые характеристики коромысла, энергии и частоты ударов и их взаимосвязь.

Выводы:

1. На основе уравнений Лагранжа получено математическое описание движения ударного механизма трамбовочной машины с клиноременной трансмиссией.
2. Разработана математическая модель трамбовочной машины с электрическим приводом, приведенная к валу двигателя;.
3. Анализ парциальных систем собственных частот этой системы представляет динамическую систему, упрощенную до двухмассовой системы.

Литература

1. Никишин Н.И., Конструкция ударных механизмов ручных машин // Центральный научно-исследовательский институт информации технико-экономических исследований по строительному, дорожному и коммунальному машиностроению [Текст] / Н.И. Никишин, Н.М. Батуев. – Выпуск 2. – Москва, 1980г.

2. Еремьянц В.Э. Построение и анализ динамических моделей механизмов [Текст] / В.Э. Еремьянц. – Бишкек, 2001 г. – С.60.
3. Пакирдинов Р.Р. Разработка и создание ручных грунто-уплотняющих машин на основе механизма переменной структуры. Авторефер. дисс.... канд. тех. наук. [Текст] / Р.Р. Пакирдинов. – Бишкек, 2008. – С.19.
4. Исманов М.М. Динамика ударного механизма трамбовочной машины с гидравлическим приводом [Текст] / М.М. Исманов, Э.С. Абдраимов, Р.Р.Пакирдинов, Абсамат кызы Г. // Наука. Образование. Техника. – Ош: КУМУ, 2022. –№3. – С.15–21.
5. Абдраимов Э. С. Построение динамической модели ударного механизма виброплиты на основе механизма переменной структуры с ременной передачей [Текст] /Э.С. Абдраимов, М.М. Исманов, Р.Р. Пакирдинов.// Машиноведение. Имаш НАН КР, 2(14). – 2021. – С.10–17.